1.1 ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

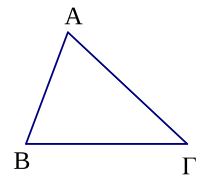
1.

Κύρια στοιχεία τριγώνου : Είναι οι πλευρές του και οι γωνίες του

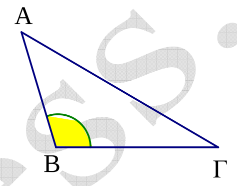
2.

Είδη τριγώνων από την άποψη των γωνιών :

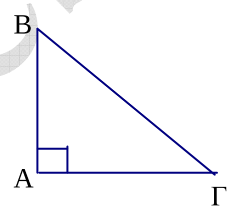
- Οξυγώνιο τρίγωνο , όλες οι γωνίες οξείες



- Αμβλυγώνιο τρίγωνο, μία γωνία αμβλεία



- Ορθογώνιο τρίγωνο, μία γωνία είναι ορθή .

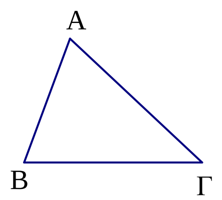


Οι πλευρές της ορθής γωνίας λέγονται κάθετες πλευρές και η τρίτη υποτείνουσα

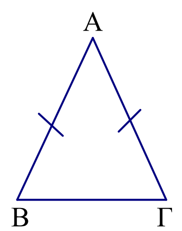
3.

Είδη τριγώνων από την άποψη των πλευρών :

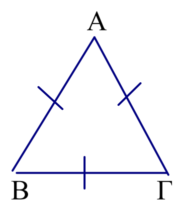
- Σκαληνό, πλευρές άνισες



- Ισοσκελές , δύο πλευρές ίσες (η τρίτη λέγεται βάση)



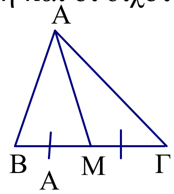
- Ισόπλευρο τρίγωνο, όλες οι πλευρές ίσες



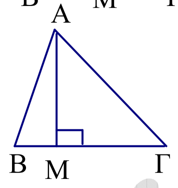
4.

Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου : Είναι οι διάμεσοι , τα ύψη και οι διχοτόμοι

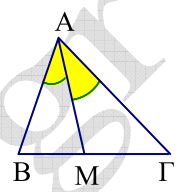
- Διάμεσος τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μία κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς .



- Ύψος τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρουμε από μία κορυφή του τριγώνου κάθετα στην ευθεία της απέναντι πλευράς



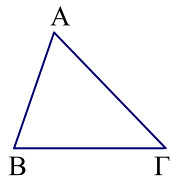
- Διχοτόμος ενός τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που φέρουμε από μία κορυφή του τριγώνου, χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσες γωνίες και καταλήγει στην απέναντι πλευρά .



5.

Ονομασία γωνίας σε σχέση με πλευρές του τριγώνου :

- Η γωνία που περιέχεται μεταξύ δύο πλευρών λέγεται περιεχόμενη γωνία των πλευρών αυτών (Η $\hat{A}$ είναι περιεχόμενη των πλευρών ΑΒ, ΑΓ)
- Οι γωνίες που έχουν κορυφές τα άκρα μιας πλευράς λέγονται γωνίες προσκείμενες στην πλευρά αυτή (Οι γωνίες $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$ είναι προσκείμενες στην πλευρά ΒΓ)



- Γωνία απέναντι από πλευρά. (Η $\hat{A}$ είναι απέναντι από την πλευρά ΒΓ)

Συμβολισμός πλευρών : ΒΓ = α, ΓΑ = β, ΑΒ = γ

6.

Υπόμνηση

- Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ το άθροισμα των γωνιών του είναι 180^o δηλαδή $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^o$
- Στο ορθογώνιο τρίγωνο οι οξείες γωνίες του έχουν άθροισμα 90^o
- Στο ισοσκελές τρίγωνο οι γωνίες που πρόσκεινται στη βάση είναι ίσες
- Στο ισόπλευρο τρίγωνο όλες οι γωνίες του είναι ίσες με 60^o η κάθε μία
- Σε κάθε τρίγωνο κάθε πλευρά είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων (τριγωνική ανισότητα)

7.

Ίσα τρίγωνα : Δύο τρίγωνα λέμε ότι είναι ίσα όταν έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες .
Ισχύει και το αντίστροφο . Δηλαδή
Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα τότε θα έχουν τις πλευρές τους και τις αντίστοιχες γωνίες τους μία προς μία ίσες

8.

Κριτήρια ισότητας τυχαίων τριγώνων :

- Δύο πλευρές και η περιεχόμενη γωνία (Π– Γ– Π)
- Μία πλευρά και οι προσκείμενες γωνίες (Γ – Π – Γ)
- Τις τρείς πλευρές ίσες (Π – Π– Π)

9.

Κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων :

- Δύο αντίστοιχες πλευρές τους ίσες
- Μία αντίστοιχη πλευρά και μία αντίστοιχη οξεία γωνία

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Πρόταση : Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές είναι ίσες γωνίες και απέναντι από ίσες γωνίες είναι ίσες πλευρές

2.

Ιδιότητες στο ισοσκελές τρίγωνο :

- Οι γωνίες που πρόσκεινται στην βάση είναι ίσες
- Το ύψος που αντιστοιχεί στην βάση είναι διάμεσος και διχοτόμος

3.

Υπενθύμιση : Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες

4.

Υπενθύμιση : Σε παράλληλες ευθείες που τέμνονται από τρίτη

- οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες
- οι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες
- οι εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι παραπληρωματικές

5.

Ιδιότητα μεσοκαθέτου : Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος και αντίστροφα :
Αν ισαπέχει από τα άκρα τμήματος ανήκει στη μεσοκάθετο του τμήματος

6.

Ιδιότητα διχοτόμου : Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας και αντίστροφα :
Αν σημείο ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας βρίσκεται στην διχοτόμο της γωνίας

7.

Μέθοδος : Αν θέλω να αποδείξω ότι ένα τρίγωνο είναι ισοσκελές αποδεικνύω ότι έχει δύο πλευρές ίσες ή δύο γωνίες ίσες

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Στις πλευρές ΟΧ και ΟΨ γωνίας $X\hat{O}\Psi$ παίρνουμε σημεία Α , Β και Γ , Δ αντίστοιχα έτσι ώστε ΟΑ = ΟΓ και ΟΒ = ΟΔ. Αν Μ είναι τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΟΡ της γωνίας $X\hat{O}\Psi$, δείξτε ότι

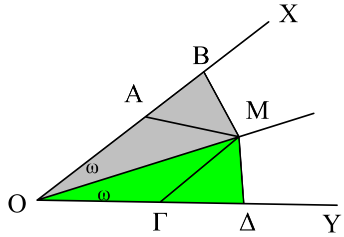
α) $O\overset{\triangle}{B}M = O\overset{\triangle}{M}\Delta$

β) ΑΒ = ΓΔ

γ) $M\overset{\triangle}{A}B = M\overset{\triangle}{\Gamma}\Delta$

Προτεινόμενη λύση

α)
(Π – Γ – Π)



β)
ΟΒ = ΟΔ και ΟΑ = ΟΓ αφαιρούμε κατά μέλη

γ)
Τα τρίγωνα έχουν ΑΒ = ΓΔ από το (β)
ΜΒ = ΜΔ , $\hat{B} = \hat{\Delta}$ αντίστοιχα στοιχεία ίσων τριγώνων από το (α)

Με το κριτήριο (Π – Γ – Π) συμπεραίνουμε $M\overset{\triangle}{A}B = M\overset{\triangle}{\Gamma}\Delta$

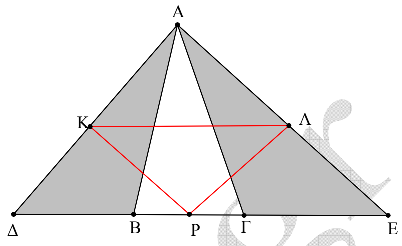
2.

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) . Στις προεκτάσεις της βάσης του ΒΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε έτσι ώστε ΒΔ = ΓΕ.

α) Δείξτε ότι τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{A\Delta B}$ και $\overset{\triangle}{A\Gamma E}$ είναι ίσα

β) Δείξτε ότι το τρίγωνο $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ είναι ισοσκελές

γ) Αν Κ, Λ , Ρ είναι τα μέσα των ΑΔ , ΑΕ και ΔΕ δείξτε ότι το τρίγωνο $\overset{\triangle}{K\Lambda P}$ είναι ισοσκελές



Προτεινόμενη λύση

ΑΒ = ΑΓ άρα $A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Gamma}B$ **(1)**

α)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{A\Delta B}$, $\overset{\triangle}{A\Gamma E}$

Έχουν ΑΒ = ΑΓ , ΒΔ = ΓΕ

$A\hat{B}\Delta = A\hat{\Gamma}E$ παραπληρωματικές ίσων από την (1)

Με το κριτήριο (Π – Γ – Π) συμπεραίνουμε $\overset{\triangle}{A\Delta B} = \overset{\triangle}{A\Gamma E}$

β)

Από το (α) είναι ΑΔ = ΑΕ, οπότε το $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ είναι ισοσκελές

γ)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{K P \Delta}$, $\overset{\triangle}{\Lambda P E}$

Έχουν ΚΔ = ΛΕ ως μισά των ίσων ΑΔ και ΑΕ

ΔΡ = ΡΕ ως αθροίσματα ίσων (ΒΡ = ΡΓ και ΔΒ = ΓΕ)

και $\hat{\Delta} = \hat{E}$ από το ισοσκελές $\overset{\triangle}{A\Delta E}$

Με το κριτήριο (Π – Γ – Π) συμπεραίνουμε $\overset{\triangle}{K P \Delta} = \overset{\triangle}{\Lambda P E}$

Οπότε ΚΡ = ΡΛ , άρα $\overset{\triangle}{K\Lambda P}$ ισοσκελές

3.

Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών ΑΒ, ΑΓ ισοσκελούς τρίγωνου ΑΒΓ παίρνουμε σημεία Δ, Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ = ΓΕ. Δείξτε ότι

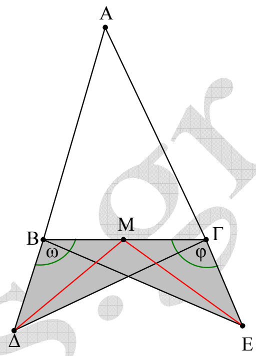
α) $\Delta\hat{B}\Gamma = E\hat{\Gamma}B \quad (\hat{\omega} = \hat{\varphi})$

β) Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{\Delta B\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{B\Gamma E}$ είναι ίσα

γ) ΔΓ = ΒΕ

δ) Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ δείξτε ότι ΜΔ = ΜΕ

Προτεινόμενη λύση



α)

Στο ισοσκελές ΑΒΓ είναι $\hat{B} = \hat{\Gamma}$,

άρα $\hat{\omega} = \hat{\varphi}$ (παραπληρώματα ίσων)

β)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{\Delta B\Gamma}$, $\overset{\triangle}{B\Gamma E}$

Έχουν ΒΓ = ΒΓ ,

ΒΔ = ΓΕ υπόθεση

$\Delta\hat{B}\Gamma = E\hat{\Gamma}B$ από το (α)

Με το κριτήριο (Π – Γ – Π) συμπεραίνουμε $\overset{\triangle}{\Delta B\Gamma} = \overset{\triangle}{B\Gamma E}$

γ)

ΔΓ = ΒΕ από (β)

δ)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{B\Delta M}$, $\overset{\triangle}{M\Gamma E}$

Έχουν ΒΔ = ΓΕ

ΜΒ = ΜΓ

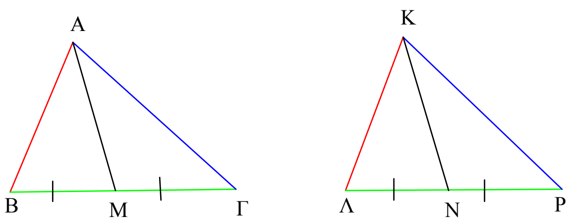
$\Delta\hat{B}M = E\hat{\Gamma}M$ από τα (α)

Με το κριτήριο (Π – Γ – Π) συμπεραίνουμε $\overset{\triangle}{B\Delta M} = \overset{\triangle}{M\Gamma E}$, οπότε ΜΔ = ΜΕ

4.

Δείξτε ότι στις ίσες πλευρές δύο ίσων τριγώνων αντιστοιχούν ίσες διάμεσοι.

Προτεινόμενη λύση



Έστω ότι $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{K\Lambda P}$ με

ΑΒ = ΚΛ , ΑΓ = ΚΡ , ΒΓ = ΛΡ

και αντίστοιχες γωνίες ίσες.

Με το κριτήριο (Π – Γ – Π)

συμπεραίνουμε ότι $\overset{\triangle}{ABM} = \overset{\triangle}{K\Lambda N}$,

οπότε ΑΜ = ΚΝ

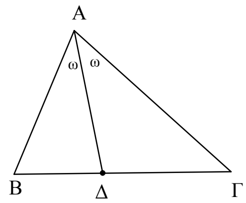
5.

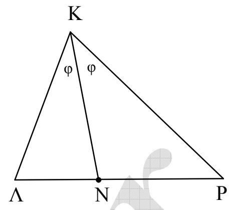
Δύο τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{K\Lambda P}$ έχουν $A\Gamma = KP$, $\hat{A} = \hat{K}$ και διχοτόμο $A\Delta$ ίση με τη διχοτόμο KN. Δείξτε ότι

α) Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{KNP}$ είναι ίσα

β) Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{K\Lambda P}$ είναι ίσα

Προτεινόμενη λύση





α)

$\Delta\hat{A}\Gamma = N\hat{K}P$ μισά ίσων

Με το κριτήριο $(\Pi - \Gamma - \Pi)$

συμπεραίνουμε ότι $\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma} = \overset{\triangle}{KNP}$

β)

Από το (α) συμπεραίνουμε ότι $\hat{\Gamma} = \hat{P}$

Με το κριτήριο $(\Gamma - \Pi - \Gamma)$ συμπεραίνουμε ότι $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{K\Lambda P}$

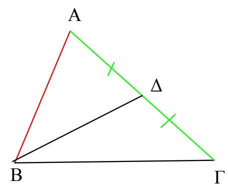
6.

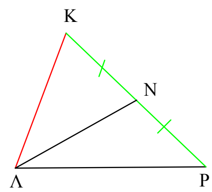
Δύο τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{K\Lambda P}$ έχουν $A\Gamma = KP$, $AB = K\Lambda$ και διάμεσο $B\Delta$ ίση με τη διάμεσο ΛN. Δείξτε ότι

α) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $K\Lambda N$ είναι ίσα

β) Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{K\Lambda P}$ είναι ίσα

Προτεινόμενη λύση





α)

Κριτήριο $(\Pi - \Pi - \Pi)$

β)

Από το (α) έχουμε $\hat{A} = \hat{K}$

Με $(\Pi - \Gamma - \Pi)$ συμπεραίνουμε ότι $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{K\Lambda P}$

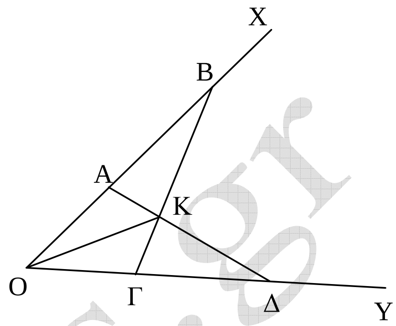
7.

Έστω γωνία $X\hat{O}\Psi$, δύο σημεία Α και Β στην ΟΧ και δύο σημεία Γ και Δ στην ΟΨ έτσι ώστε ΟΑ = ΟΓ και ΟΒ = ΟΔ. Οι ΒΓ και ΑΔ τέμνονται στο Κ. Δείξτε ότι

α) $\overset{\triangle}{OB\Gamma} = \overset{\triangle}{OA\Delta}$

β) $\overset{\triangle}{AKB} = \overset{\triangle}{\Gamma K\Delta}$

γ) Η ΟΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $X\hat{O}\Psi$.



Προτεινόμενη λύση

α)
Κριτήριο (Π – Γ – Π)

β)
Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AKB}$, $\overset{\triangle}{\Gamma K\Delta}$

Έχουν ΑΒ = ΓΔ διαφορές των ίσων

$\hat{B} = \hat{\Delta}$ από (α)

$B\hat{A}K = K\hat{\Gamma}\Delta$ παραπληρώματα ίσων από (α)

Με (Γ – Π – Γ) συμπεραίνουμε ότι $\overset{\triangle}{AKB} = \overset{\triangle}{\Gamma K\Delta}$

γ)

Κριτήριο (Π – Π – Π) στα $\overset{\triangle}{OAK}$, $\overset{\triangle}{OK\Gamma}$ οπότε $A\hat{O}K = K\hat{O}\Gamma$ άρα ΟΚ διχοτόμος της $X\hat{O}\Psi$

8.

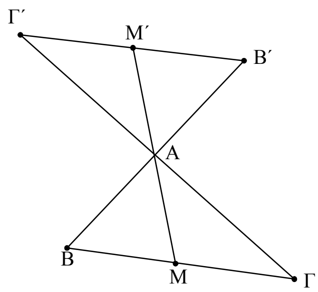
Σε τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τις ΒΑ και ΓΑ κατά ΑΒ΄ = ΒΑ και ΑΓ΄= ΑΓ αντίστοιχα. Η προέκταση της διαμέσου ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ τέμνει το Β΄Γ΄ στο Μ΄. Δείξτε ότι

α) Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{AB'\Gamma'}$ είναι ίσα

β) Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{ABM}$ και $\overset{\triangle}{AB'M'}$ είναι ίσα

γ) Το Μ΄ είναι το μέσο του Β΄Γ΄

Προτεινόμενη λύση



α)
Κριτήριο (Π – Γ – Π)

β)
Έχουν ΑΒ = ΑΒ΄,

$B\hat{A}M = B'\hat{A}M'$ ως κατακορυφήν

$\hat{B} = \hat{B'}$ από το (α)

Κριτήριο (Γ – Π – Γ)

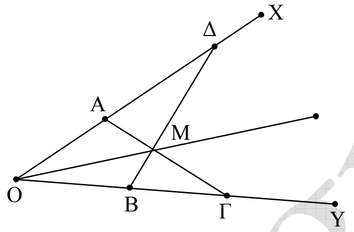
γ)
Από το (β) έχουμε ότι ΒΜ = Β΄Μ΄
Ομοίως αποδεικνύεται ότι ΜΓ = Μ΄Γ΄
Και επειδή είναι ΒΜ = ΜΓ, θα είναι και Β΄Μ΄ = Μ΄Γ΄,
άρα το Μ΄ είναι μέσο του Β΄Γ΄

9.

Έστω γωνία $X\hat{O}\Psi$ και δύο σημεία Α και Β στις ΟΧ και ΟΨ αντίστοιχα έτσι ώστε $OA = OB$. Αν Μ είναι τυχαίο σημείο της διχοτόμου της γωνίας $X\hat{O}\Psi$ και οι ΑΜ, ΒΜ τέμνουν τις ΟΨ και ΟΧ στα Γ και Δ αντίστοιχα, δείξτε ότι

α) $O\overset{\triangle}{A}M = O\overset{\triangle}{B}M$
β) $A\Gamma = B\Delta$

Προτεινόμενη λύση



α)
Έχουν $OA = OB$
ΟΜ κοινή και
$A\hat{O}M = B\hat{O}M$
Κριτήριο $(\Pi-\Gamma-\Pi)$

β)
Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $O\overset{\triangle}{B}\Delta$, $O\overset{\triangle}{A}\Gamma$
Έχουν $OB = OA$,
$X\hat{O}\Psi$ κοινή
$O\hat{A}M = O\hat{B}M$ από το (α)

Με $(\Gamma-\Pi-\Gamma)$ συμπεραίνουμε ότι $O\overset{\triangle}{B}\Delta = O\overset{\triangle}{A}\Gamma$, συνεπώς $A\Gamma = B\Delta$

10.

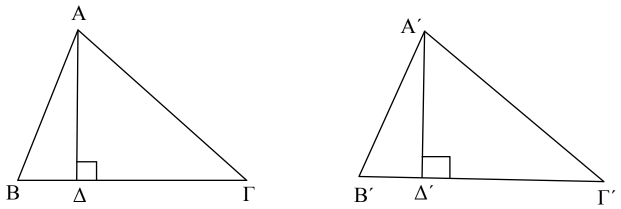
Δύο τρίγωνα $A\overset{\triangle}{B}\Gamma$ και $A'\overset{\triangle}{B'}\Gamma'$ έχουν $A\Gamma = A'\Gamma'$, $AB = A'B'$ και ύψος $A\Delta =$ ύψος $A'\Delta'$. Δείξτε ότι

α) $A\overset{\triangle}{B}\Delta = A'\overset{\triangle}{B'}\Delta'$

β) $A\overset{\triangle}{\Gamma}\Delta = A'\overset{\triangle}{\Gamma'}\Delta'$

γ) $A\overset{\triangle}{B}\Gamma = A'\overset{\triangle}{B'}\Gamma'$

Προτεινόμενη λύση



α)
Ορθογώνια με δύο αντίστοιχα στοιχεία ίσα

β)
Ομοίως

γ)
Έχουν $B\Delta = B'\Delta'$ από το (α)
$\Gamma\Delta = \Gamma'\Delta'$ από το (β)
Επομένως $B\Gamma = B'\Gamma'$

Με $(\Pi-\Pi-\Pi)$ συμπεραίνουμε ότι $A\overset{\triangle}{B}\Gamma = A'\overset{\triangle}{B'}\Gamma'$

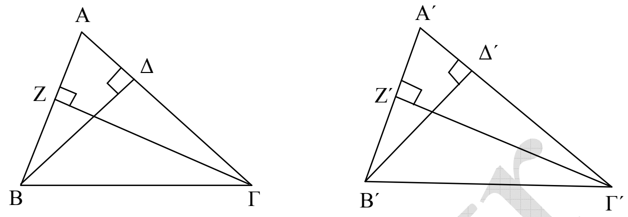
11.

Δύο τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{A'B'\Gamma'}$ έχουν $\hat{A} = \hat{A}'$, ύψος $B\Delta$ = ύψος $B'\Delta'$ και ύψος ΓZ = ύψος $\Gamma' Z'$. Δείξτε ότι

α) $\overset{\triangle}{AB\Delta} = \overset{\triangle}{A'B'\Delta'}$

β) $\overset{\triangle}{A\Gamma Z} = \overset{\triangle}{A'\Gamma'Z'}$

γ) $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{A'B'\Gamma'}$



Προτεινόμενη λύση

α)
Ορθογώνια με δύο αντίστοιχα στοιχεία ίσα

β)
Ομοίως

γ)
Έχουν $AB = A'B'$ από το (α)
$A\Gamma = A'\Gamma'$ από το (β)
και $\hat{A} = \hat{A}'$ από υπόθεση

Με $(\Pi - \Gamma - \Pi)$ συμπεραίνουμε $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{A'B'\Gamma'}$

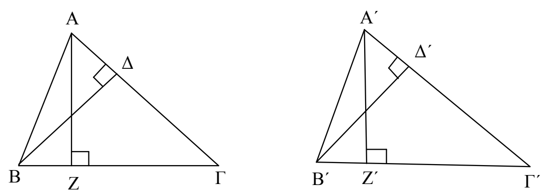
12.

Δύο τρίγωνα $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και $\overset{\triangle}{A'B'\Gamma'}$ έχουν $\hat{A} = \hat{A}'$, ύψος $B\Delta$ = ύψος $B'\Delta'$ και ύψος AZ = ύψος $A'Z'$. Δείξτε ότι

α) $\overset{\triangle}{AB\Delta} = \overset{\triangle}{A'B'\Delta'}$

β) $\overset{\triangle}{ABZ} = \overset{\triangle}{A'B'Z'}$

γ) $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{A'B'\Gamma'}$



Προτεινόμενη λύση

α)
Ορθογώνια με δύο αντίστοιχα στοιχεία ίσα

β)
Έχουν $AB = A'B'$ από το (α)
$AZ = A'Z'$ από υπόθεση
ορθογώνια
Άρα ίσα

γ)
Έχουν $AB = A'B'$ από το (α)
$\hat{A} = \hat{A}'$ από υπόθεση
$\hat{B} = \hat{B}'$ από το (β)

Με $(\Gamma - \Pi - \Gamma)$ συμπεραίνουμε $\overset{\triangle}{AB\Gamma} = \overset{\triangle}{A'B'\Gamma'}$

13.

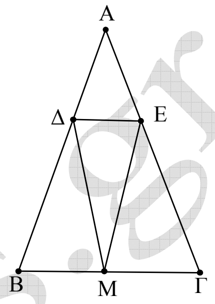
Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ. Στις ίσες πλευρές ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα έτσι ώστε $\mathrm{A\Delta} = \frac{1}{3}\mathrm{AB}$ και $\mathrm{AE} = \frac{1}{3}\mathrm{A\Gamma}$. Αν Μ είναι το μέσο της βάσης ΒΓ, να αποδείξετε ότι

α) $\mathrm{B}\overset{\triangle}{\Delta}\mathrm{M} = \Gamma\overset{\triangle}{\mathrm{E}}\mathrm{M}$

β) Το τρίγωνο $\mathrm{M}\overset{\triangle}{\Delta}\mathrm{E}$ είναι ισοσκελές

Προτεινόμενη λύση

α)



Αφού $\mathrm{AB} = \mathrm{A\Gamma}$, $\mathrm{A\Delta} = \frac{1}{3}\mathrm{AB}$ και $\mathrm{AE} = \frac{1}{3}\mathrm{A\Gamma}$,

θα είναι $\mathrm{A\Delta} = \mathrm{AE}$, άρα και $\mathrm{B\Delta} = \mathrm{E\Gamma}$.

Τα τρίγωνα $\mathrm{B}\overset{\triangle}{\Delta}\mathrm{M}$, $\Gamma\overset{\triangle}{\mathrm{E}}\mathrm{M}$ έχουν $\mathrm{B\Delta} = \mathrm{E\Gamma}$

$\hat{\mathrm{B}} = \hat{\Gamma}$ (ισοσκελές

$\mathrm{MB} = \mathrm{M\Gamma}$

Άρα είναι ίσα

β)

Από το (α) προκύπτει ότι ΔΜ = ΕΜ άρα το ΔΜΕ είναι ισοσκελές

14.

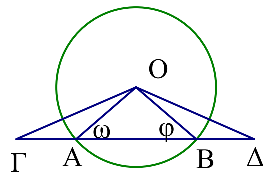
Στις προεκτάσεις μιας χορδής ΑΒ ενός κύκλου κέντρου Ο παίρνουμε τμήματα $\mathrm{A\Gamma} = \mathrm{B\Delta}$. Δείξτε ότι

α) $\mathrm{O}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \mathrm{O}\hat{\mathrm{B}}\Delta$

β) Τα τρίγωνα $\mathrm{O}\overset{\triangle}{\mathrm{A}}\Gamma$ και $\mathrm{O}\overset{\triangle}{\mathrm{B}}\Delta$ είναι ίσα

Προτεινόμενη λύση

α)



Επειδή ΟΑ = ΟΒ ως ακτίνες του κύκλου,
το τρίγωνο ΟΑΒ είναι ισοσκελές και
επομένως $\hat{\omega} = \hat{\varphi}$.

Άρα θα είναι και $\mathrm{O}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \mathrm{O}\hat{\mathrm{B}}\Delta$ ως παραπληρωματικές ίσων

β)

Είναι $\mathrm{OA} = \mathrm{OB}$, $\mathrm{A\Gamma} = \mathrm{B\Delta}$ και $\mathrm{O}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \mathrm{O}\hat{\mathrm{B}}\Delta$

Οπότε από το $(\Pi - \Gamma - \Pi)$ θα είναι $\mathrm{O}\overset{\triangle}{\mathrm{A}}\Gamma = \mathrm{O}\overset{\triangle}{\mathrm{B}}\Delta$